

JOSÉ MONTEIRO VARANDA NETO
JOSÉ CARLOS DE SOUZA SANTOS
EDUARDO MORATO MELLO

O MERCADO DE RENDA FIXA NO BRASIL

CONCEITOS,
PRECIFICAÇÃO
E RISCO

CADERNO DE
RESPOSTAS



Saint Paul
Editora

Gabarito

Capítulo 2

Exercício 1

Principal:	100
Cupom de juros:	4% ao ano
Preço:	77,25528 é a soma dos valores presentes dos fluxos de caixa.
TIR:	10% é a taxa pela qual os fluxos de caixa são descontados. é obtida pelo atingir metas ou solver. Inicialmente podemos defini-la com qualquer valor, por exemplo, 7% ao ano.

Tabela com o esquema de recebimentos dos fluxos do título:

Prazo (anos)	Fluxo de caixa	“Valor Presente do fluxo de caixa”
1	4	3,6364
2	4	3,3058
3	4	3,0053
4	4	2,7321
5	104	64,5758

77,2553 a soma dos valores presentes deve ser igual ao preço, para isso utilizamos o atingir meta, alterando a TIR “chutada” inicialmente.

0,0000 pelo atingir metas, a diferença deve ser zero, alterando a TIR.

- a. TIR = 10% ao ano.
- b. Vide a tabela acima.
- c. Deságio, pois a TIR é maior que a taxa de cupom de juros. Logo, o preço do título é menor do que se fosse descontado pela taxa de cupom.
- d. TIR: 3% ao ano

Então:

Prazo (anos)	Fluxo de caixa	“Valor Presente do fluxo de caixa”
1	4	3,8835
2	4	3,7704
3	4	3,6606
4	4	3,5539
5	104	89,7113
		<hr/>
		104,5797

e. Ágio, pois a TIR é menor que a taxa de cupom de juros. Logo, o preço do título é maior do que se fosse descontado pela taxa de cupom.

Exercício 2

O cupom de juros é a taxa contratual do título que define os pagamentos de cupons de juros periódicos ao detentor do papel.

Exercício 3

O principal é o valor que será pago ao detentor do título no vencimento do papel, neste caso, 100. É usado como referência para o cálculo de cupom de juros.

Capítulo 3

Exercício 1

Principal: 1.000,00
Cupom de juros: 10% ao ano (definido pelo Tesouro Nacional)
Preço: 905,356 é a soma dos valores presentes dos fluxos de caixa.

Tabela com o esquema de recebimentos dos fluxos do título:

Prazo (dias úteis)	Cupom	Preço	“Quantidade atualizada”	Preço x Quantidade
		Compra { 905,356	1	905,356
99	48,80885	944,922	1,0517	993,731
230	48,80885	925,274	1,1071	1.024,398
252	48,80885	922,966	1,1657	1.075,880
480	48,80885	859,803	1,2318	1.059,148
604	48,80885	958,421	1,2946	1.240,756
731	48,80885	986,561	1,3586	1.340,373
855	48,80885	1.017,479	1,4238	1.448,692
857		1.018,790		1.450,559 } Venda da posição

Os cupons são reinvestidos pelos preços (taxas) vigentes nas datas de pagamentos.

Total Return (Retorno total): 60,2197% período da aplicação
14,8673% ao ano

Exercício 2

A afirmação é falsa. O cupom de juros é a taxa contratual do título que define os pagamentos de cupons de juros periódicos ao detentor do papel.

O que define a rentabilidade do papel é o valor pago por ele e o valor resgatado. No caso de títulos que pagam cupons, como as NTN-F, a rentabilidade pode ser calculada, por exemplo, pelo *Total Return*, conforme o exercício 1, no qual os cupons são reinvestidos pelas taxas vigentes nos pagamentos.

Exercício 3

Quando utilizamos a TIR para definir a rentabilidade de um título, estamos assumindo a premissa de que todos os fluxos de caixa serão reinvestidos pela TIR do momento da compra do papel. Já o cálculo pelo *Total Return* assume as taxas vigentes de mercado no momento do reinvestimento dos cupons de juros.

Capítulo 4

Exercício 1

Selic atual: 8%

E [Selic]: 7,5% é esperado uma queda de 50 *basis points* (ou 0,50%) na próxima reunião daqui a 20 dias úteis.

Precificar uma LTN que vence em 30 dias úteis.

Assumir que a taxa DI é igual à taxa Selic.

Dica: a taxa de juros que o mercado observa na prática, conhecida como taxa spot, é a média geométrica da expectativa das taxas de juros ao longo do tempo:

$$(1 + i)^{\frac{du}{252}} = \prod_{k=0}^{du-1} (1 + E[DI_k])^{\frac{1}{252}}$$

Substituindo:

$$(1 + i)^{\frac{30}{252}} = (1 + 8\%)^{\frac{20}{252}} \times (1 + 7,50\%)^{\frac{10}{252}}$$

Então:

$$i = 7,833\%$$

Logo, o PU da LTN é:

$$PU = 991,0623768$$

Exercício 2

A Estrutura a Termo de Taxas de Juros (ETTJ) é a curva que relaciona as taxas de juros de um mesmo risco de crédito para diferentes prazos.

Como existem taxas de juros para diferentes níveis de risco de crédito e para diferentes indexadores, existem diversas ETTJs diferentes, uma para cada mercado analisado.

Exercício 3

A taxa dos Depósitos Interfinanceiros (DI) é resultado da taxa média de operações entre instituições financeiras nas quais um banco toma recursos de outra instituição financeira, normalmente, por 1 dia útil, para cobrir suas necessidades momentâneas de caixa. Essas operações são registradas na Central de Custódia e Liquidação Financeira de Títulos Privados (Cetip) e não possuem garantia.

A Selic, por sua vez, é a taxa média de financiamento no mercado interbancário para operações de um dia, as quais possuem lastro (garantia) em títulos públicos federais. Os títulos que lastreiam a formação da taxa Selic são registrados no Sistema Especial de Liquidação e de Custódia (Selic). A Selic registra, diariamente, as operações de empréstimos entre instituições financeiras garantidas

por títulos públicos, sendo utilizada para obtenção de recursos de curtíssimo prazo entre as instituições, que, ao tomar recursos emprestados, oferecem títulos públicos como garantia.

Exercício 4

Na definição da meta Selic, o Copom leva em consideração aspectos como inflação (regime de metas de inflação), crescimento econômico, liquidez da economia, taxa de câmbio e risco soberano, entre outras. Ao fim do processo de discussão, que dura dois dias, o Copom define a meta de taxa de juros Selic para 1 dia útil. O Banco Central do Brasil (Bacen) monitora a taxa Selic de forma a deixá-la próxima da taxa do Copom, e o mercado financeiro determina as taxas de juros prefixadas para outros prazos.

Essas taxas de juros prefixadas de prazo superior ao de um útil, reveladas pelos participantes do mercado na negociação de títulos públicos federais dependem de uma série de fatores:

- Expectativas de taxas de juros;
- Preferência pela liquidez desses agentes;
- Segmentação de mercado em função dos prazos das taxas.

Capítulo 5

Exercício 1

du1:	252	i1:	8,00%
du2:	504	i2:	7,00%
du:	300	i:	?

Flat forward exponencial:

$$i = \left\{ (1 + i_1)^{\frac{du_1}{252}} \left[\frac{(1 + i_2)^{\frac{du_2}{252}}}{(1 + i_1)^{\frac{du_1}{252}}} \right]^{\frac{du - du_1}{du_2 - du_1}} \right\}^{\frac{252}{du}} - 1$$

i, taxa 300 du: 7,68%

Flat forward linear:

$$i_* = i_1 + \frac{(i_2 - i_1)}{(du_2 - du_1)} \times (du_* - du_1)$$

i, taxa 300 du: 7,81%

Exercício 2

Descreva o procedimento do cálculo da interpolação via *cubic spline*.

O fundamento matemático da interpolação por *cubic spline* é gerar uma aproximação *piecewise polynomial*, ou por partes.

A maior diferença entre essa técnica de interpolação em relação as apresentadas anteriormente é que não existe uma fórmula única de interpolação por *cubic spline*.

A fórmula de interpolação por *cubic spline*, $S(x)$ varia de acordo com os vértices anterior e posterior, permitindo que a função se ajuste ao longo dos vértices:

$$x) = \begin{cases} a_0 + b_0(x - x_0) + c_0(x - x_0)^2 + d_0(x - x_0)^3 & \text{se } x_0 \leq x \leq x_1 \\ a_1 + b_1(x - x_1) + c_1(x - x_1)^2 + d_1(x - x_1)^3 & \text{se } x_1 \leq x \leq x_2 \\ a_i + b_i(x - x_i) + c_i(x - x_i)^2 + d_i(x - x_i)^3 & \text{se } x_i \leq x \leq x_{i+1} \\ a_{n-1} + b_{n-1}(x - x_{n-1}) + c_{n-1}(x - x_{n-1})^2 + d_{n-1}(x - x_{n-1})^3 & \text{se } x_{n-1} \leq x \leq x_n \end{cases}$$

Os coeficientes são calculados resolvendo de forma matricial os sistemas de equações.

Desta forma, é definida cada equação entre dois vértices.

O procedimento é trabalhoso para ser resolvido de forma manual, normalmente é resolvido por códigos implementados em diversas linguagens de programação.

Capítulo 6

Exercício 1

Para uma NTN-F vencendo em 720 dias úteis:

a. Preencha a tabela a seguir:

Dias úteis	ETTJ	Fluxo de caixa	Valor Presente do fluxo de caixa
90	9,03%	48,8088	47,3249
216	8,60%	48,8088	45,4765
342	8,71%	48,8088	43,5788
468	9,02%	48,8088	41,5761
594	9,37%	48,8088	39,5194
720	9,70%	1.048,8088	805,0452
		Preço:	1.022,5209

b. Calcule a TIR dessa NTN-F para essa data.

TIR: **9,62%** é a taxa pela qual os fluxos de caixa são descontados.

é obtida pelo atingir metas ou solver. Inicialmente podemos defini-la com qualquer valor, por exemplo, 7% ao ano.

Dias úteis	Fluxo de caixa	Valor Presente do fluxo de caixa
90	48,8088	47,2331
216	48,8088	45,1121
342	48,8088	43,0863
468	48,8088	41,1515
594	48,8088	39,3036
720	1.048,8088	806,6344
	Preço:	1.022,5209

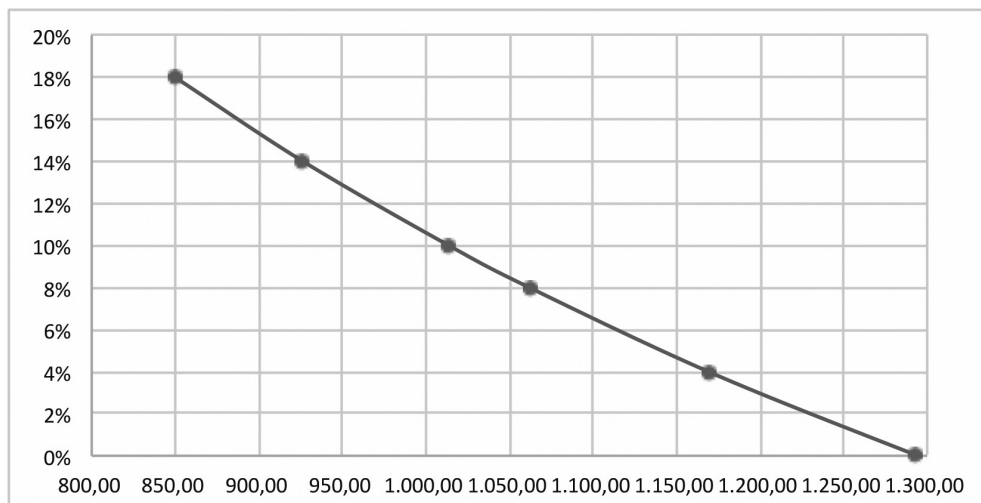
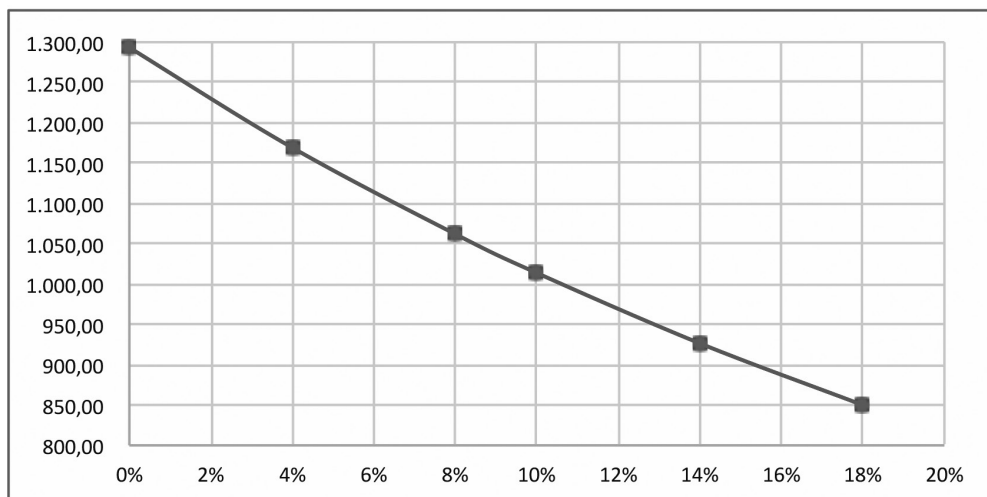
0,0 a diferença tem que ser zero pelo atingir metas

c. Este papel está sendo negociado com ágio ou deságio? Por quê?

Ágio, pois a TIR é menor do que a taxa de cupom de juros do papel.

d. Esboce um gráfico do preço desse papel em relação à TIR (preço nas ordenadas e TIR nas abscissas).

TIR	Preço
0%	1.292,85
4%	1.169,11
8%	1.061,95
10%	1.013,71
14%	926,46
18%	849,89



Exercício 2

Em 18/10/2017 a NTN-B de vencimento em 15/08/2022 fechou o dia sendo negociada a R\$ 3.250,386409.

A tabela de fluxos de caixa com os dados de fluxos de caixa do papel é dada a seguir:

Data cupons	Fluxo de caixa	Dias úteis	Valor Presente
15/02/18		80	
15/08/18		206	
15/02/19		332	
15/08/19		456	
15/02/20		585	
15/08/20		709	
15/02/21		834	
15/08/21		959	
15/02/22		1.086	
15/08/22		1.210	

a. Esboce o fluxo de caixa desse papel no tempo.

Data cupons	Fluxo de caixa	
15/02/18	0,029563	} Ainda não está em unidade monetária, reais, pois falta multiplicar pelo VNA
15/08/18	0,029563	
15/02/19	0,029563	
15/08/19	0,029563	
15/02/20	0,029563	
15/08/20	0,029563	
15/02/21	0,029563	
15/08/21	0,029563	
15/02/22	0,029563	
15/08/22	1,029563	

b. Dado que o IPCA acumulado até essa data mais o *pró-rata* da inflação esperada é 3,01309 (301,309% no período, desde a data de referência definida pelo Tesouro, 15/07/2000), calcule a TIR desse papel.

VNA: 3013,09

TIR: **4,39%** é a taxa pela qual os fluxos de caixa são descontados.

É obtida pelo atingir metas ou solver. Inicialmente podemos defini-la com qualquer valor, por exemplo, 7% ao ano.

Data cupons	Fluxo de caixa	Dias úteis	Valor Presente
15/02/18	89,08	80	87,87
15/08/18	89,08	206	86,00
15/02/19	89,08	332	84,17
15/08/19	89,08	456	82,41
15/02/20	89,08	585	80,61
15/08/20	89,08	709	78,93
15/02/21	89,08	834	77,26
15/08/21	89,08	959	75,63
15/02/22	89,08	1.086	74,01
15/08/22	3102,17	1.210	2523,50

Preço Calculado: 3.250,38639

Preço Dado (Enunciado): 3.250,38641

Diferença: **0,0** Tem que ser zero, alterando a TIR

Capítulo 12

Exercício 1

Assuma a carteira de recebíveis de um banco conforme tabela abaixo:

t (anos)	Fluxo de caixa	ETTJ
1	90	8,50%
2	120	8,70%
3	170	9,00%
4	40	9,30%
5	35	10,00%

Calcular:

a. Valor Presente.

t (anos)	Fluxo de caixa	ETTJ	Valor Presente do fluxo de caixa
1	90	8,50%	82,95
2	120	8,70%	101,56
3	170	9,00%	131,27
4	40	9,30%	28,03
5	35	10,00%	21,73
Soma dos Valores Presentes:			365,54 a.a.

b. TIR.

Descontar os fluxos de caixa por uma TIR inicial, “chutada”:

Então, usar o at atingir metas do Excel para que a soma dos valores presentes descontada pela TIR seja igual ao valor presente da carteira.

Passo 1: “chutar” uma TIR de, por exemplo, 10% a.a.

t (anos)	Fluxo de caixa	ETTJ	Valor Presente do fluxo de caixa	Valor Presente do fluxo de caixa
1	90	8,50%	82,95	81,82
2	120	8,70%	101,56	109,09
3	170	9,00%	131,27	154,55
4	40	9,30%	28,03	36,36
5	35	10,00%	21,73	31,82
Soma dos Valores Presentes:			365,54	413,64

10% <== TIR

Via atingir meta, altere a TIR para que a soma dos valores presentes seja igual à 365,54.

24,47% <== TIR

t (anos)	Fluxo de caixa	ETTJ	Valor Presente do fluxo de caixa	Valor Presente do fluxo de caixa
1	90	8,50%	82,95	72,30
2	120	8,70%	101,56	96,41
3	170	9,00%	131,27	136,58
4	40	9,30%	28,03	32,14
5	35	10,00%	21,73	28,12
Soma dos Valores Presentes:			365,54	365,54

TIR = 24,47% a.a.

c. *Duration* de Macaulay.

t (anos)	Valor Presente do fluxo de caixa	Valor Presente x t
1	82,95	82,95
2	101,56	203,12
3	131,27	393,81
4	28,03	112,11
5	21,73	108,66
Soma:	365,54	900,65

Substituindo na fórmula abaixo:

$$M = \sum_{k=1}^n \frac{P_k \times \left(\frac{du_k}{252}\right)}{P}$$

Duration de Macaulay = 900,65/365,54

Duration de Macaulay = 2,46 anos

d. *Duration* modificada.

$$D = \frac{-M}{(1 + y)}$$

Duration Modificada = -2,46/(1+24,47%)

Duration Modificada = -1,98

e. Convexidade.

$$C = \frac{1d^2P}{Pdy^2} = \frac{1}{(1 + y)^2} \sum_{k=1}^n \frac{P_k \times \left(\frac{du_k}{252}\right) \times \left(\frac{du_k}{252} + 1\right)}{P}$$

Podemos utilizar a tabela abaixo para calcular a convexidade no Excel:

t (anos)	Fluxo de caixa	ETTJ	Valor Presente do fluxo de caixa ("Pk")	"du k" /252	"du k" /252 + 1
1	90	8,50%	82,95	1	2
2	120	8,70%	101,56	2	3
3	170	9,00%	131,27	3	4
4	40	9,30%	28,03	4	5
5	35	10,00%	21,73	5	6
Soma dos Valores Presentes ("P"):			365,54		

24,47% <== TIR ("y")

C = **6,29**

f. Aproximação de 1.^a ordem para a perda na carteira se a TIR aumentar 1. p. p.

$$P = P_0 \times [1 + D \times (y - y_0)]$$

P₀ = 365,54

y - y₀ = 1%

D = -1,98

Então,

P = 358,30 Preço calculado pela aproximação de primeira ordem

Perda = 7,24 Perda pela aproximação de primeira ordem

g. Aproximação de 2.^a ordem para a perda na carteira se a TIR aumentar 1. p. p.

$$\frac{dP}{P} = D \times dy + \frac{1}{2} \times C \times dy^2$$

$$dp = P \left[-1,98 \times 1\% + \frac{1}{2} \times 6,29 \times 1\%^2 \right]$$

Perda = -7,12 Perda pela aproximação de segunda ordem

Exercício 2

$$a. \quad M = \frac{\frac{r}{y} \left\{ (1+y) \frac{[1+y]^n - 1}{y} - n \right\} + n}{\frac{r}{y} \{ [1+y]^n - 1 \} + 1}$$

$$D = - \frac{1}{(1+y)} \frac{\frac{r}{y} \left\{ (1+y) \frac{[1+y]^n - 1}{y} - n \right\} + n}{\frac{r}{y} \{ [1+y]^n - 1 \} + 1}$$

Onde:

M: Macaulay *Duration*

D: *Modified Duration*

y: Taxa de Retorno ao semestre

r: Taxa de Cupom ao semestre

Item a:

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{-\frac{1}{(1+y_1)} \frac{r}{y_1} \left\{ (1+y_1) \frac{[1+y_1]^n - 1}{y_1} - n \right\} + n}{-\frac{1}{(1+y_2)} \frac{r}{y_2} \left\{ (1+y_2) \frac{[1+y_2]^n - 1}{y_2} - n \right\} + n} \frac{\frac{r}{y_1} \{ [1+y_1]^n - 1 \} + 1}{\frac{r}{y_2} \{ [1+y_2]^n - 1 \} + 1}}$$

Como $y_2 = y_1 = y$ e $r_2 = 0$ temos:

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{1}{n} \left(\frac{\frac{r}{y} \left\{ (1+y) \frac{[1+y]^n - 1}{y} - n \right\} + n}{\frac{r}{y} \{ [1+y]^n - 1 \} + 1} \right)$$

Item b:

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{-\frac{1}{(1+y_1)} \frac{r}{y_1} \left\{ (1+y_1) \frac{[1+y_1]^n - 1}{y_1} - n \right\} + n}{-\frac{1}{(1+y_2)} \frac{r}{y_2} \left\{ (1+y_2) \frac{[1+y_2]^n - 1}{y_2} - n \right\} + n} \frac{\frac{r}{y_1} \{ [1+y_1]^n - 1 \} + 1}{\frac{r}{y_2} \{ [1+y_2]^n - 1 \} + 1}}$$

Como r_2 e $\frac{D_1}{D_2} = 1$ temos:

$$1 = \frac{-\frac{1}{(1+y_1)} \frac{r}{y_1} \left\{ (1+y_1) \frac{[1+y_1]^n - 1}{y_1} - n \right\} + n}{-\frac{1}{(1+y_2)} \frac{r}{y_2} \left\{ (1+y_2) \frac{[1+y_2]^n - 1}{y_2} - n \right\} + n} \frac{\frac{r}{y_1} \{ [1+y_1]^n - 1 \} + 1}{\frac{r}{y_2} \{ [1+y_2]^n - 1 \} + 1}}$$

Desenvolvendo:

$$-\frac{1}{(1+y_2)} \frac{m}{1} = -\frac{1}{(1+y_1)} \frac{\frac{r}{y_1} \left\{ (1+y_1) \frac{[1+y_1]^n - 1}{y_1} - n \right\} + n}{\frac{r}{y_1} \{ [1+y_1]^n - 1 \} + 1}$$

$$(1+y_2) = \frac{(1+y_1)}{m} \frac{\frac{r}{y_1} \{ [1+y_1]^n - 1 \} + 1}{\frac{r}{y_1} \left\{ (1+y_1) \frac{[1+y_1]^n - 1}{y_1} - n \right\} + n}$$

$$y_2 = \frac{(1+y_1)}{m} \frac{\frac{r}{y_1} \{ [1+y_1]^n - 1 \} + 1}{\frac{r}{y_1} \left\{ (1+y_1) \frac{[1+y_1]^n - 1}{y_1} - n \right\} + n} - 1$$

Capítulo 15

Exercício 1

Calcule as taxas spot dos prazos de 1 e 1,5 anos a partir das NTN-F fictícias abaixo:

Título	MtM	Prazo (anos)	TIR	Taxa spot
a	1.028,44	0,5	4%	4%
b	1.036,85	1	6%	$i_{1,0} = ?$
c	1.026,62	1,5	8%	$i_{1,5} = ?$

Como o primeiro título não contém cupom de juros intermediário, a taxa spot é a própria TIR, 4%.

Então, calculamos a taxa do segundo título, "b":

$$1.036,85 = \frac{48,80885}{(1 + 4\%)^{0,5}} + \frac{1.048,80885}{(1 + i_{1,0}\%)^1}$$

$$i_{1,0} = 6,05\%$$

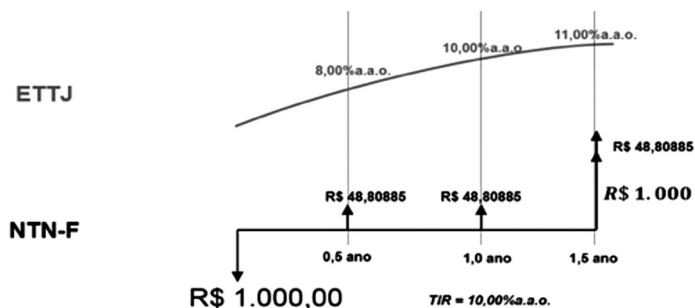
E calculamos a taxa do terceiro título "c":

$$1.026,62 = \frac{48,80885}{(1 + 4\%)^{0,5}} + \frac{48,80885}{(1 + 6,05\%)^1} + \frac{1.048,80885}{(1 + i_{1,5}\%)^{1,5}}$$

$$i_{1,5} = 8,13\%$$

Exercício 2

Assuma a curva spot de taxas de juros e que uma NTN-F está cotada conforme a seguir. Você compraria este título? Justifique sua resposta.



Vamos comparar o preço calculado pela TIR, R\$ 1.000,00 (ao par) com o calculado pelas taxa spots:

Prazo (anos)	Taxa Spot	Fluxo de Caixa	Valor Presente
0,5	4%	48,80885	47,86
1	6%	48,80885	46,05
1,5	8%	1048,80885	934,46

1028,37 A soma dos valores presentes ao lado é o preço do papel calculado pelas taxas spot.

Conclusão: Como o preço do papel, cotado pela TIR, é mais barato do que o preço do papel calculado pelas taxas spot, vale a pena comprar o título.

